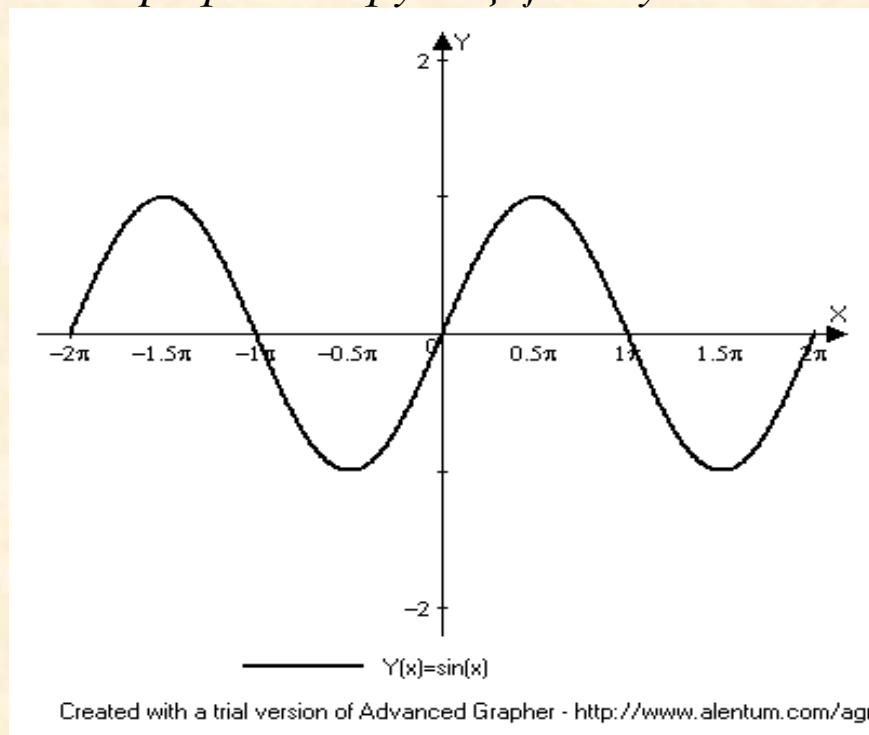
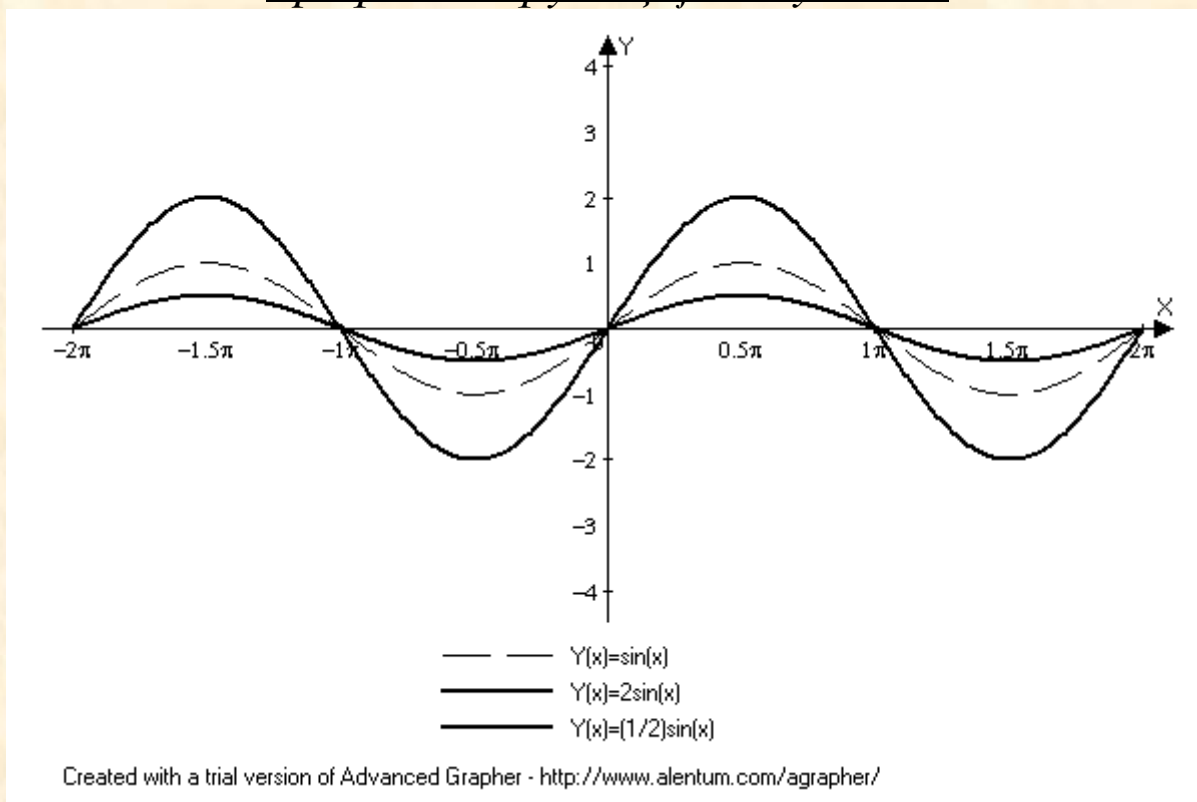


## График на функцијата $y=\sin x$



## График на функцијата $y=asin x$



Од  $-a \leq a \sin x \leq a$  неравенството следува дека графикот на функцијата се наоѓа меѓу правите  $y=-a$  и  $y=a$ . Бројот  $a$  се вика амплитуда. Ако  $a > 1$ , графикот на функцијата  $y=asin x$  се добива со растеѓување на синусоидата во правец на ординатната оска, а ако  $a < 1$ , графикот на функцијата  $y=asin x$  се добива со збивање на синусоидата во правец на ординатната оска.

График на функцијата  $y = -\sin x$  ( $a = -1$ )

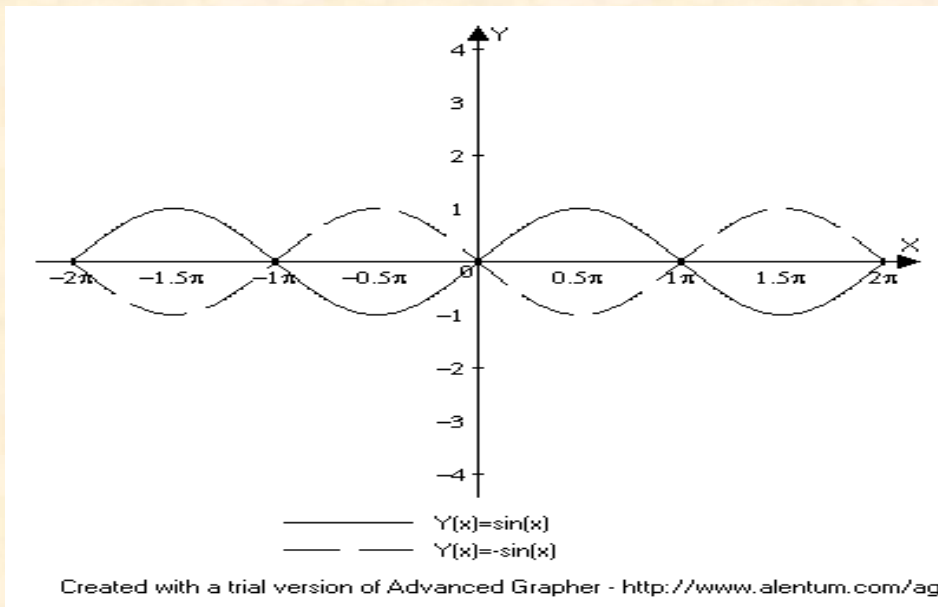
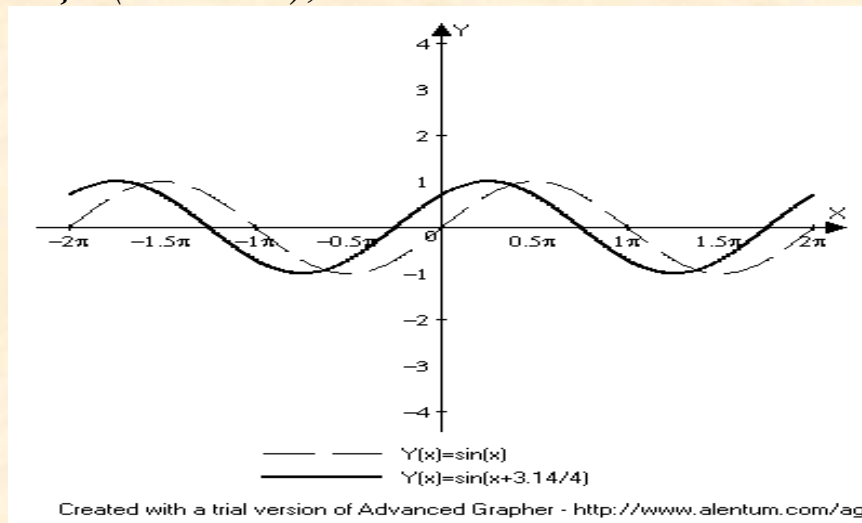
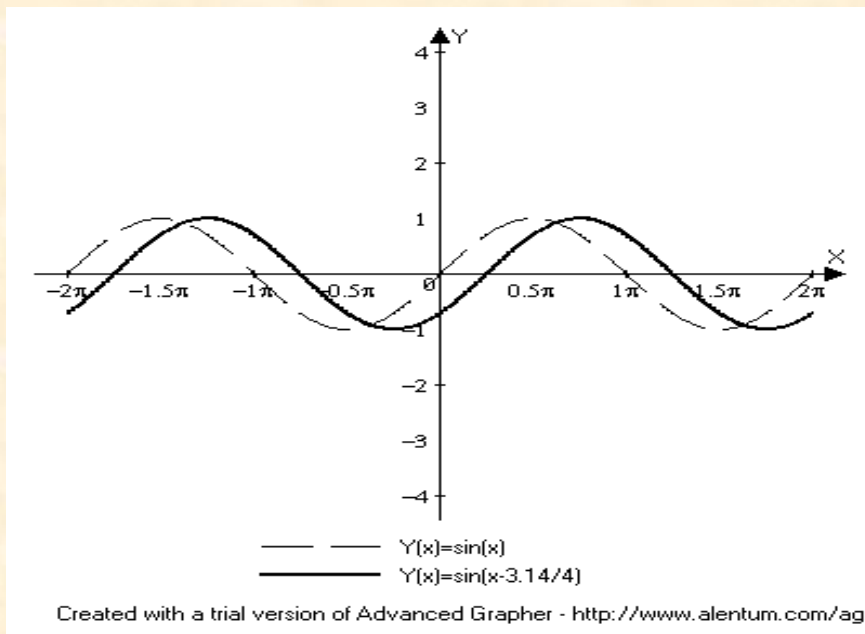


График на функцијата  $y = \sin(x+c)$

За секоја вредност на  $x$  важи:  $\sin[(x+c)-c] = \sin x$ , а од тоа следува дека графикот на функцијата  $y = \sin(x+c)$  ќе го добиеме со транслација на синусоида по должината на апсцисната оска на лево за  $c$  единици (ако  $c > 0$ ), односно на десно за  $|c|$  единици (ако



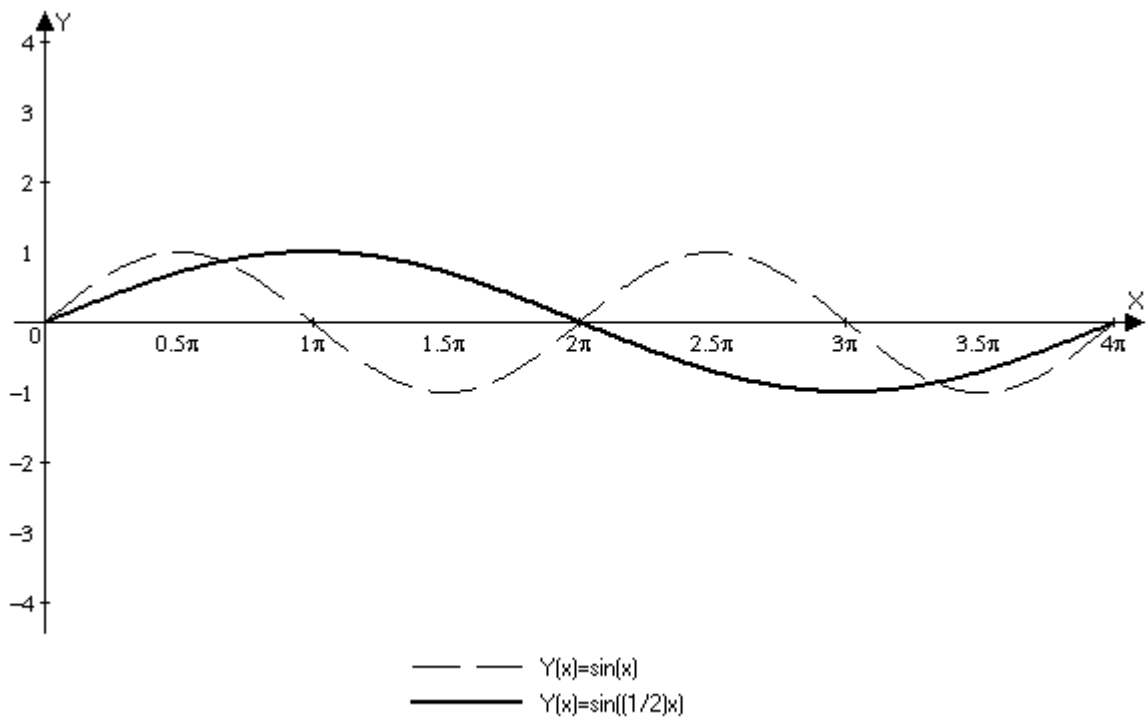
$c < 0$ )



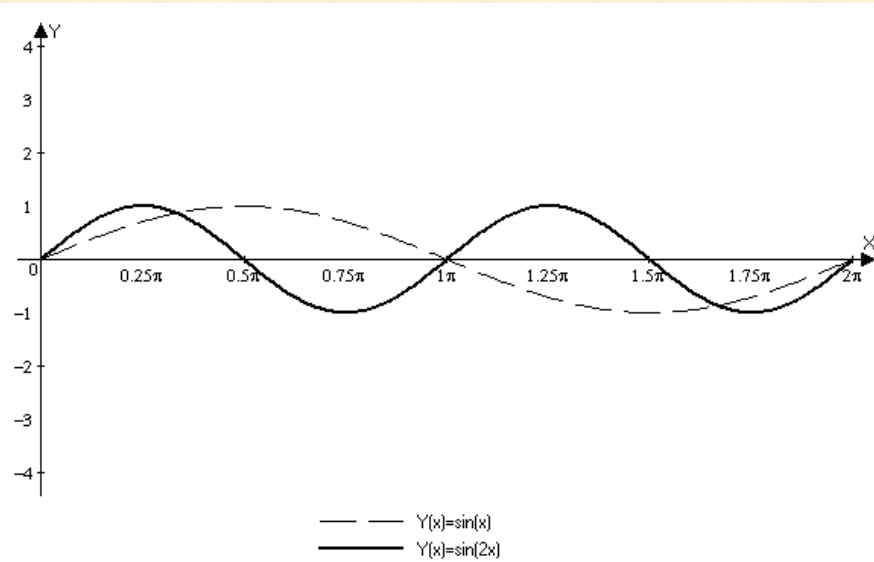
### График на функцијата $y = \sin bx$

Од  $\sin b(x + \frac{2\pi}{b}) = \sin(bx + b \frac{2\pi}{b}) = \sin bx$ ,  $b > 0$  следува дека функцијата  $y = \sin bx$  е периодична со основен период  $T = \frac{2\pi}{|b|}$ . Од тука следува дека целиот тек на график на функцијата  $y = \sin bx$  ќе го знаеме ако го нацртаме на основниот интервал  $(0, \frac{2\pi}{b})$ . Делот од графикот на функцијата  $y = \sin bx$  што одговара на основниот интервал се вика основен бран, а бројот  $\frac{2\pi}{|b|}$  се вика бранова должина. Бројот  $|b|$  покажува колку пати основниот интервал на функцијата  $y = \sin bx$  се содржи во отсечката со должина  $2\pi$ , односно во основниот интервал на функцијата  $y = \sin x$  и не го нарекуваме кржна фреквенција за функцијата  $y = \sin bx$ .

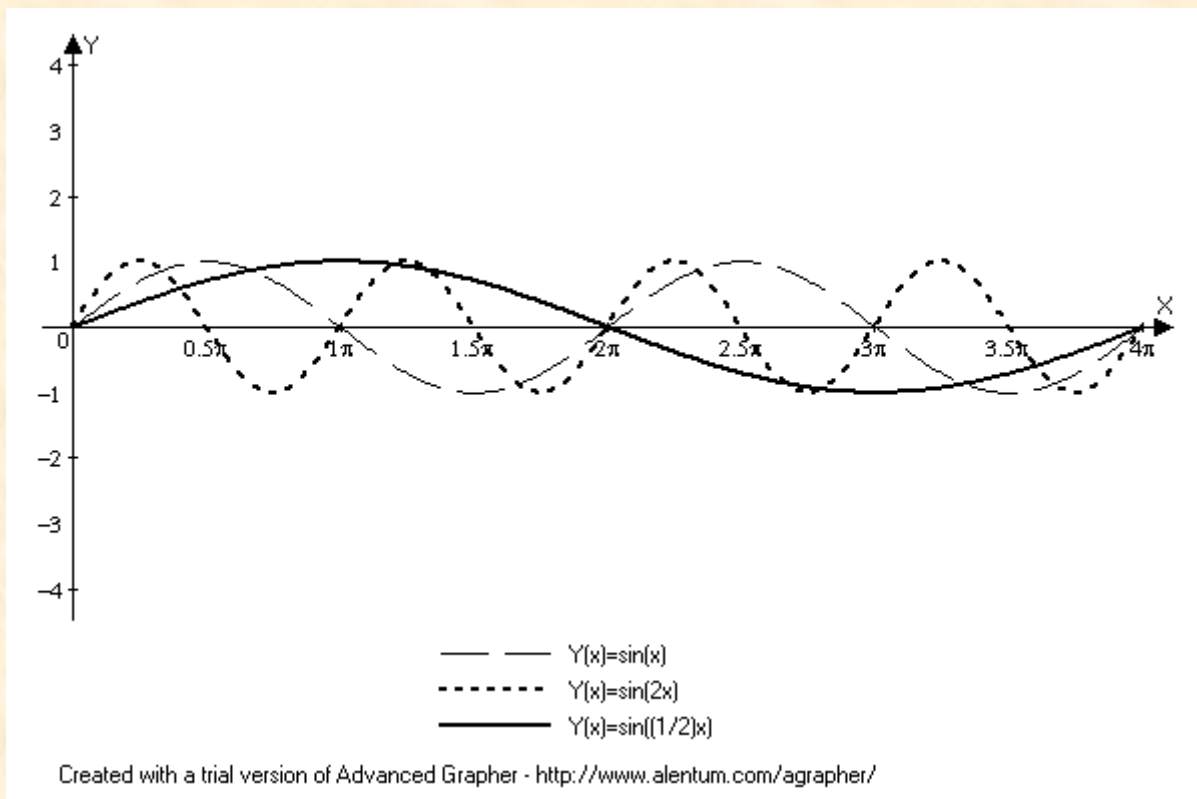
Графикот на функцијата  $y = \sin bx$  го добиваме од графикот на функцијата  $y = \sin x$  со "растеѓување" на  $y = \sin x$  за  $|b| < 1$  или со "сегнење" за  $|b| > 1$ , во правец на  $x$  оската.



Created with a trial version of Advanced Grapher - <http://www.alentum.com/agrapher/>

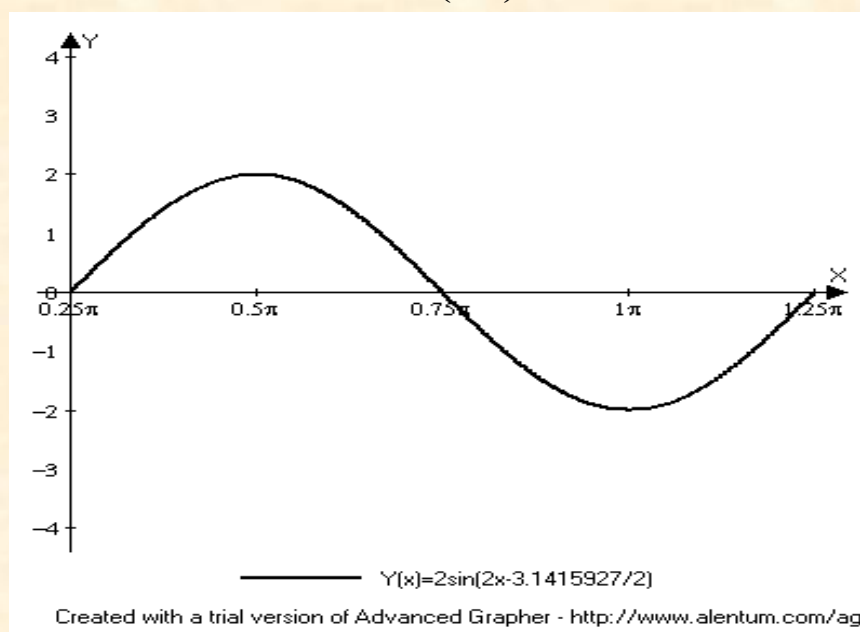


Created with a trial version of Advanced Grapher - <http://www.alentum.com/agrapher/>



### График на функцијата $y = a \sin(bx + c)$

Функцијата  $y = a \sin(bx + c)$  е периодична со период  $T = \frac{2\pi}{|b|}$ .  $bx + c$  се вика фаза на функцијата, а за  $x = 0$  тој број се вика почетна фаза. Бројот  $-\frac{c}{b}$  се вика поместување на фазата. Основниот интервал на функцијата е  $[-\frac{c}{b}, T + (-\frac{c}{b})]$ .



Анализа на функцијата  $y = 2 \sin(2x - 3.1415927/2)$

Функцијата има 3 нули : 0.79      2.36      3.93

Екстрими: 2

X

Y

$\max$  1.57            2  
 $\min$  3.14            -2

График на функција̄а  $y = a \sin(bx + c) + d$

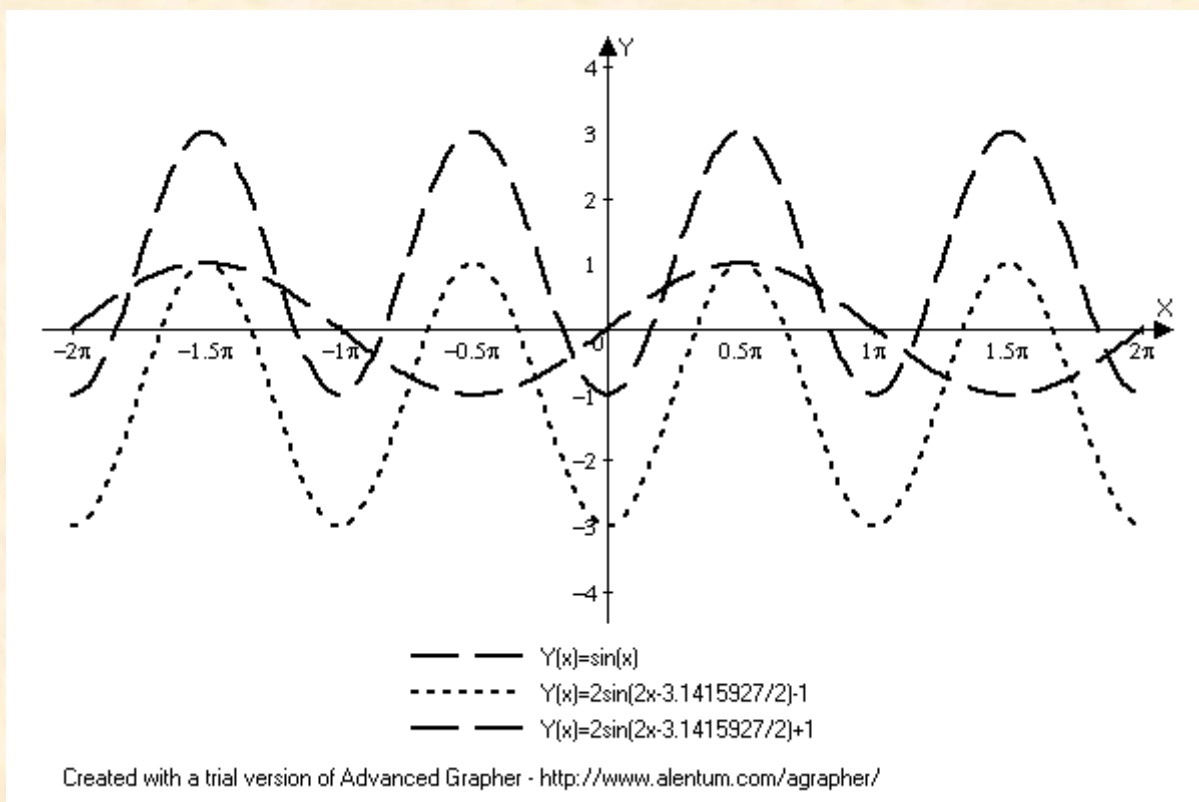
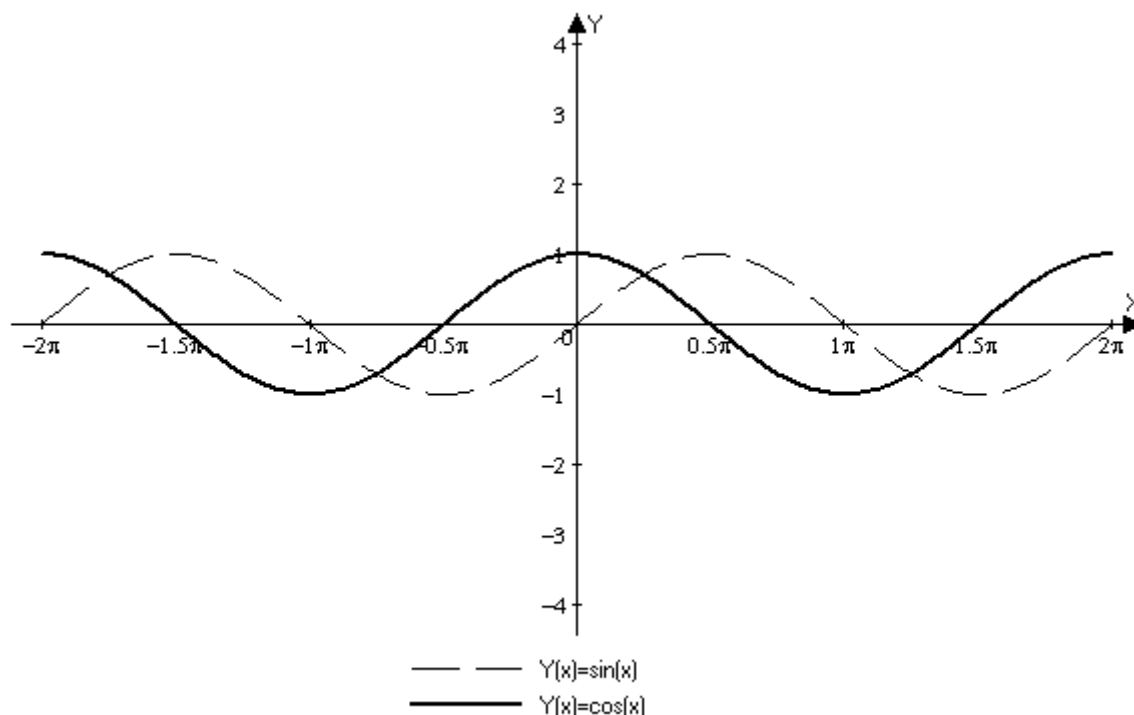


График на функција̄а  $u = \cos x$





Created with a trial version of Advanced Grapher - <http://www.alentum.com/agrapher/>

Пример 1: Дасе нацрта графикот на функцијата:  $y = 3\sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$

1. Дефинициона област на функцијата:  $x \in (-\infty, \infty)$

2. Област на менување на функцијата е интервалот  $[-3; 3]$

3. Почетна фаза е  $\frac{\pi}{6}$ , а фазното поместување е  $-\frac{c}{b} = -\frac{\frac{\pi}{6}}{\frac{1}{2}} = -\frac{\pi}{3}$

4. Основен период:  $T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$ , што значи основниот график на

функцијата е во интервалот  $\left[-\frac{c}{b}, T + \left(-\frac{c}{b}\right)\right] = \left[-\frac{\pi}{3}, 4\pi + \left(-\frac{\pi}{3}\right)\right] = \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}\right]$

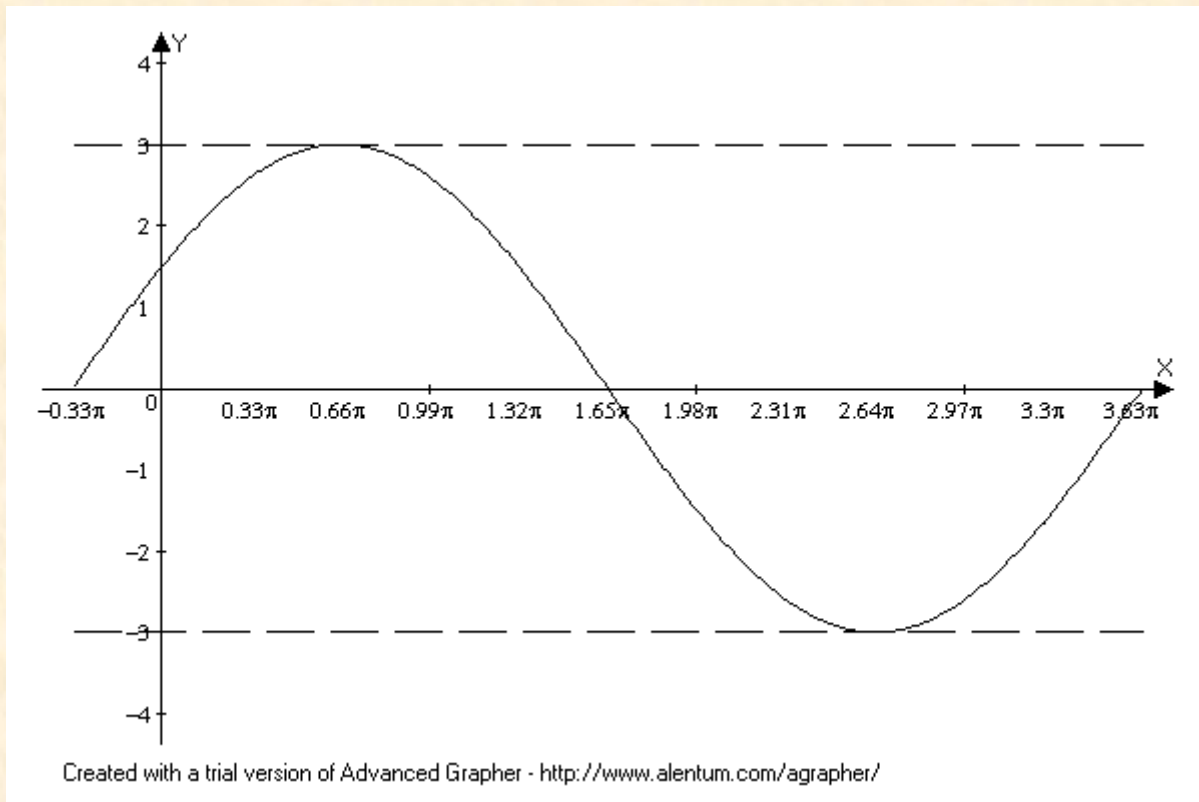
5. Нули на функцијата:

$$\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6} = k\pi \Rightarrow \frac{x}{2} = -\frac{\pi}{6} + k\pi \cdot 2 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ за } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x_0 = -\frac{\pi}{3}, x_1 = \frac{5\pi}{3}, x_2 = \frac{11\pi}{3}$$

6. Екстремни вредности:

$$y_{\max} = 3, \text{ За } \frac{x}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow \frac{x}{2} = -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} + 2k\pi \cdot 2 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3} + \pi + 4k\pi, x = \frac{2\pi}{3} + 4k\pi \text{ } k \in \mathbb{Z}$$

$$y_{\min} = -3, \text{ За } \frac{x}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow \frac{x}{2} = -\frac{\pi}{6} + \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \cdot 2 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3} + 3\pi + 4k\pi, x = \frac{8\pi}{3} + 4k\pi \text{ } k \in \mathbb{Z}$$



Пример 2: Дасе нацрта графикот на функцијата:  $y = \frac{3}{2} \cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

1. Дефинициона област на функцијата:  $x \in (-\infty, \infty)$
2. Област на менување на функцијата е интервалот  $[-1.5; 1.5]$
3. Почетна фаза е  $-\frac{\pi}{4}$ , а фазното поместување е  $-\frac{c}{b} = -\frac{-\frac{\pi}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{\pi}{6}$



4. Основен период:  $T = \frac{2\pi}{\frac{3}{2}} = \frac{4\pi}{3}$ , што значи основниот график на

функцијата е во интервалот  $\left[-\frac{c}{b}, T + \left(-\frac{c}{b}\right)\right] = \left[\frac{\pi}{6}, \frac{4\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right] = \left[\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}\right]$

5. Нули на функцијата:

$$\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} + k\pi \cdot 2 \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi + 2k\pi, 3x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \cdot 3 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \frac{2k\pi}{3} \Rightarrow x_0 = \frac{\pi}{2}, x_1 = \frac{7\pi}{6}$$

6. Екстремни вредности:

$$y_{\max} = 1.5 \text{ за } \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4} = 2k\pi \Rightarrow \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \cdot 2 \Rightarrow 3x = \frac{\pi}{2} + 4k\pi \cdot 3 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{4k\pi}{3} \Rightarrow x_0 = \frac{\pi}{6}, x_1 = \frac{3\pi}{2}$$

$$y_{\min} = -1.5 \text{ за}$$

$$\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4} = (2k+1)\pi \Rightarrow \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi \cdot 2 \Rightarrow 3x = \frac{\pi}{2} + 2(2k+1)\pi \cdot 3 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{2(2k+1)\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6} + \frac{4k\pi}{3} \Rightarrow x_0 = \frac{5\pi}{6}$$

