

Решени примери

1. Состави ги таблиците на вистинитост за следниве исказни формули:

а) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$

б) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

в) $(q \Rightarrow (p \wedge r)) \Leftrightarrow ((q \Rightarrow p) \wedge (q \Rightarrow r))$

г) $((p \Rightarrow q) \vee r) \Rightarrow (\neg p \vee \neg q)$

д) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

ѓ) $(p \Rightarrow q) \vee \neg(r \wedge q)$

е) $(p \vee r) \Rightarrow (p \wedge q)$

ж) $\neg((p \Rightarrow q) \wedge \neg r) \Rightarrow (p \vee \neg r)$

з) $(p \vee q) \Rightarrow q$

ѕ) $(\neg(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow r))$

и) $(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow r)$

ј) $((p \vee r) \Rightarrow q) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r))$

Решение:

а) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$

б) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$
Т	Т	Т	Т	Т
Т	Т	⊥	Т	⊥
Т	⊥	Т	⊥	Т
Т	⊥	⊥	⊥	Т
⊥	Т	Т	Т	Т
⊥	Т	⊥	Т	⊥
⊥	⊥	Т	Т	Т
⊥	⊥	⊥	Т	⊥

p	q	r	$q \Rightarrow r$	$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$
Т	Т	Т	Т	Т
Т	Т	⊥	⊥	⊥
Т	⊥	Т	Т	Т
Т	⊥	⊥	Т	Т
⊥	Т	Т	Т	Т
⊥	Т	⊥	⊥	Т
⊥	⊥	Т	Т	Т
⊥	⊥	⊥	Т	Т

в) $F: (q \Rightarrow (p \wedge r)) \Leftrightarrow ((q \Rightarrow p) \wedge (q \Rightarrow r))$

p	q	r	$p \wedge r$	$q \Rightarrow (p \wedge r)$	$q \Rightarrow p$	$q \Rightarrow r$	$(q \Rightarrow p) \wedge (q \Rightarrow r)$	F
Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т
Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	Т
Т	⊥	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т
Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т	Т	Т	Т
⊥	Т	Т	⊥	⊥	Т	Т	Т	⊥
⊥	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	Т
⊥	⊥	Т	⊥	Т	Т	Т	Т	Т
⊥	⊥	⊥	⊥	Т	Т	Т	Т	Т

г) $((p \Rightarrow q) \vee r) \Rightarrow (\neg p \vee \neg q)$

p	q	r	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \vee r$	$((p \Rightarrow q) \vee r) \Rightarrow (\neg p \vee \neg q)$
Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥
Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥
Т	⊥	Т	⊥	Т	Т	⊥	⊥	Т
Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥	Т	Т
⊥	Т	Т	Т	⊥	Т	Т	Т	Т
⊥	Т	⊥	Т	⊥	Т	Т	Т	Т
⊥	⊥	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т
⊥	⊥	⊥	Т	Т	Т	Т	Т	Т

д) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow r)$
Т	Т	Т	Т	Т	Т
Т	Т	⊥	Т	⊥	⊥
Т	⊥	Т	⊥	Т	Т
Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т
⊥	Т	Т	Т	Т	Т
⊥	Т	⊥	Т	⊥	⊥
⊥	⊥	Т	Т	Т	Т
⊥	⊥	⊥	Т	Т	Т

е) $(p \Rightarrow q) \vee \neg(r \wedge q)$

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$r \wedge q$	$\neg(r \wedge q)$	$(p \Rightarrow q) \vee \neg(r \wedge q)$
Т	Т	Т	Т	Т	⊥	Т
Т	Т	⊥	Т	⊥	Т	Т
Т	⊥	Т	⊥	⊥	Т	Т
Т	⊥	⊥	⊥	⊥	Т	Т
⊥	Т	Т	Т	Т	⊥	Т
⊥	Т	⊥	Т	⊥	Т	Т
⊥	⊥	Т	Т	⊥	Т	Т
⊥	⊥	⊥	Т	⊥	Т	Т

е) $(p \vee r) \Rightarrow (p \wedge q)$

p	q	r	$p \vee r$	$p \wedge q$	$(p \vee r) \Rightarrow (p \wedge q)$
Т	Т	Т	Т	Т	Т
Т	Т	⊥	Т	Т	Т
Т	⊥	Т	Т	⊥	⊥
Т	⊥	⊥	Т	⊥	⊥
⊥	Т	Т	Т	⊥	⊥
⊥	Т	⊥	⊥	⊥	Т
⊥	⊥	Т	Т	⊥	⊥
⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	Т

з) $(p \vee q) \Rightarrow q$

p	q	$p \vee q$	$(p \vee q) \Rightarrow q$
Т	Т	Т	⊥
Т	Т	Т	⊥
Т	⊥	Т	⊥
Т	⊥	Т	⊥
⊥	Т	Т	Т
⊥	Т	Т	Т
⊥	⊥	⊥	Т
⊥	⊥	⊥	Т

ж) $\neg((p \Rightarrow q) \wedge \neg r) \Rightarrow (p \vee \neg r)$

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$\neg r$	$(p \Rightarrow q) \wedge \neg r$	$p \vee \neg r$	$(p \Rightarrow q) \wedge \neg r \Rightarrow (p \vee \neg r)$	$\neg((p \Rightarrow q) \wedge \neg r) \Rightarrow (p \vee \neg r)$
Т	Т	Т	Т	⊥	⊥	Т	Т	⊥
Т	Т	⊥	Т	Т	Т	Т	Т	⊥
Т	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥
Т	⊥	⊥	⊥	Т	⊥	Т	Т	⊥
⊥	Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	Т	⊥
⊥	Т	⊥	Т	Т	Т	Т	Т	⊥
⊥	⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	Т	⊥
⊥	⊥	⊥	Т	Т	Т	Т	Т	⊥

с) $\neg(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$\neg(p \Rightarrow q)$	$q \Rightarrow r$	$\neg(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow r)$
Т	Т	Т	Т	⊥	Т	Т
Т	Т	⊥	Т	⊥	⊥	Т
Т	⊥	Т	⊥	Т	Т	Т
Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т	Т
⊥	Т	Т	Т	⊥	Т	Т
⊥	Т	⊥	Т	⊥	⊥	Т
⊥	⊥	Т	Т	⊥	Т	Т
⊥	⊥	⊥	Т	⊥	Т	Т

и) $(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow r)$

p	q	r	$p \vee q$	$p \Rightarrow r$	$(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow r)$
Т	Т	Т	Т	Т	Т
Т	Т	⊥	Т	⊥	⊥
Т	⊥	Т	Т	Т	Т
Т	⊥	⊥	Т	⊥	⊥
⊥	Т	Т	Т	Т	Т
⊥	Т	⊥	Т	Т	Т
⊥	⊥	Т	⊥	Т	⊥
⊥	⊥	⊥	⊥	Т	⊥

ј) $((p \vee r) \Rightarrow q) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r))$

p	q	r	$p \vee r$	$(p \vee r) \Rightarrow q$	$p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$	$((p \vee r) \Rightarrow q) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r))$
Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т
Т	Т	⊥	Т	Т	Т	⊥	Т	Т
Т	⊥	Т	Т	⊥	⊥	Т	Т	Т
Т	⊥	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	Т
⊥	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т
⊥	Т	⊥	⊥	Т	Т	Т	Т	Т
⊥	⊥	Т	Т	⊥	Т	Т	Т	Т
⊥	⊥	⊥	⊥	Т	Т	Т	Т	Т

2.Одредете дали следниве искази се вистинити или неvistинити:

- а) Ако $2^2 = 4$, тогаш $3^2 = 9$ б) Ако $2^2 = 5$, тогаш $3^2 = 9$
 в) Ако $2^2 = 5$, тогаш $3^2 = 10$ г) Ако $2^2 = 4$, тогаш $3^2 = 10$

Решение:

- а) Ако $2^2 = 4$, тогаш $3^2 = 9$; $\tau(2^2 = 4) = T$, $\tau(3^2 = 9) = T$ следува $T \Rightarrow T = T$
 б) Ако $2^2 = 5$, тогаш $3^2 = 9$; $\tau(2^2 = 5) = \perp$, $\tau(3^2 = 9) = T$ следува $\perp \Rightarrow T = T$
 в) Ако $2^2 = 5$, тогаш $3^2 = 10$; $\tau(2^2 = 5) = \perp$, $\tau(3^2 = 10) = \perp$ следува $\perp \Rightarrow \perp = T$
 г) Ако $2^2 = 4$, тогаш $3^2 = 10$; $\tau(2^2 = 4) = T$, $\tau(3^2 = 10) = \perp$ следува $T \Rightarrow \perp = \perp$

3.

Одредете кои од следните искази се логички закони:

- а) $(p \wedge q) \Rightarrow p$ б) $(p \vee q) \Rightarrow p$
 в) $((p \vee q) \wedge \neg p) \Rightarrow q$ г) $(p \Rightarrow q) \wedge (p \wedge \neg q)$
 д) $((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \wedge r \Rightarrow p$ ё) $((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \wedge \neg r \Rightarrow p$
 е) $(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \vee q)$ ж) $(p \Leftrightarrow q) \vee (p \vee q)$

Решение:

а)

- $(p \wedge q) \Rightarrow p$
 $\Leftrightarrow \neg(p \wedge q) \vee p$ (закон за замена на импликацијата)
 $\Leftrightarrow \neg p \vee \neg q \vee p$ (Де Морганов закон)
 $\Leftrightarrow (\neg p \vee p) \vee \neg q$ (закон за исклучување на третото ($\neg p \vee p = T$))
 $\Leftrightarrow T \vee \neg q$
 $\Leftrightarrow T$ следува дека исказната формула е таутологија

б)

- $(p \vee q) \Rightarrow p$
 $\Leftrightarrow \neg(p \vee q) \vee p$ (закон за замена на импликацијата)
 $\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee p$ (Де Морганов закон)
 $\Leftrightarrow (\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ (дистрибутивен закон на дисјункцијата во однос на конјункцијата)
 $\Leftrightarrow \perp \vee (\neg p \wedge \neg q)$ следува дека исказната формула ќе има вистинитосна вредност како $\tau(\neg p \wedge \neg q)$ а таа е неутрална формула

в)

$$\begin{aligned} & ((p \vee q) \wedge \neg p) \Rightarrow q \\ \Leftrightarrow & ((p \wedge \neg p) \vee (q \wedge \neg p)) \Rightarrow q \quad (\tau(p \wedge \neg p) = \perp); \text{ (дистрибутивен закон на конјункцијата во однос на дисјункцијата)} \\ \Leftrightarrow & (\perp \vee (q \wedge \neg p)) \Rightarrow q; \tau(\perp \vee (q \wedge \neg p)) = (q \wedge \neg p) \\ \Leftrightarrow & (q \wedge \neg p) \Rightarrow q; \\ \Leftrightarrow & \neg(q \wedge \neg p) \vee q; \text{ (закон за замена на импликацијата)} \\ \Leftrightarrow & (\neg q \vee \neg(\neg p)) \vee q; \text{ (закон за двојна негација и Де Морганови закони)} \\ \Leftrightarrow & (\neg q \vee p) \vee q \\ \Leftrightarrow & (\neg q \vee q) \vee p \\ \Leftrightarrow & T \vee p \Leftrightarrow T \text{ следува дека исказната формула е тафтологија} \end{aligned}$$

г)

$$\begin{aligned} & (p \Rightarrow q) \wedge (p \wedge \neg q) \\ \Leftrightarrow & (\neg p \vee q) \wedge (p \wedge \neg q); \text{ (закон за замена на импликацијата)} \\ \Leftrightarrow & (\neg p \vee q) \wedge p \wedge (\neg p \vee q) \wedge \neg q; \text{ (дистрибутивен закон на } \wedge \text{ во однос на } \vee \text{ и обратно)} \\ \Leftrightarrow & (\neg p \wedge p) \vee (q \wedge p) \wedge ((\neg p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg q)) \\ \Leftrightarrow & \perp \vee (q \wedge p) \wedge ((\neg p \wedge \neg q) \vee \perp); \quad \tau(\perp \vee (q \wedge p)) = q \wedge p; \tau((\neg p \wedge \neg q) \vee \perp) = \neg p \wedge \neg q \\ \Leftrightarrow & (p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q) \quad \text{(вистинитосните вредности на } p \wedge q \text{ и } \neg p \wedge \neg q \text{ се различни, а тогаш } \wedge \text{ е } \perp) \\ \Leftrightarrow & \perp; \text{ следува дека исказната формула е контрадикција} \end{aligned}$$

д)

$$\begin{aligned} & (((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \wedge r) \Rightarrow p \\ \Leftrightarrow & ((p \Rightarrow r) \wedge r) \Rightarrow p; \text{ (хипотетичен силанизам)} \\ \Leftrightarrow & ((\neg p \vee r) \wedge r) \Rightarrow p; \text{ (закон за замена на импликацијата)} \\ \Leftrightarrow & \neg(\neg p \vee r) \wedge r \vee p; \text{ (закон за замена на импликацијата)} \\ \Leftrightarrow & \neg((\neg p) \vee r) \vee \neg r \vee p \text{ следува дека исказната формула е неутрална} \\ \Leftrightarrow & \neg(\neg p) \wedge r \vee \neg r \vee p \text{ (закон за двојна негација)} \\ \Leftrightarrow & (p \wedge r) \vee \neg r \vee p \text{ (дистрибутивен закон на } \vee \text{ во однос на } \wedge) \\ \Leftrightarrow & (p \vee \neg r) \wedge (r \vee \neg r) \vee p \\ \Leftrightarrow & (p \vee \neg r) \wedge T \vee p \\ \Leftrightarrow & p \vee \neg r \vee p \\ \Leftrightarrow & p \vee \neg r \text{ следува дека исказната формула е неутрална} \end{aligned}$$

ф)

$$\begin{aligned} & (((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \wedge \neg r) \Rightarrow p \\ \Leftrightarrow & ((p \Rightarrow r) \wedge \neg r) \Rightarrow p; \text{ (хипотетичен силанизам)} \\ \Leftrightarrow & ((\neg p \vee r) \wedge \neg r) \Rightarrow p; \text{ (закон за замена на импликацијата)} \\ \Leftrightarrow & ((\neg p \vee \neg r) \vee (r \wedge \neg r)) \Rightarrow p; \text{ (дистрибутивен закон на } \wedge \text{ во однос на } \vee) \\ \Leftrightarrow & ((\neg p \vee \neg r) \vee \perp) \Rightarrow p \\ \Leftrightarrow & (\neg p \vee \neg r) \Rightarrow p \text{ (закон за замена на импликацијата)} \\ \Leftrightarrow & \neg(\neg p \vee \neg r) \vee p \\ \Leftrightarrow & \neg(\neg p) \wedge \neg(\neg r) \vee p \text{ (закон за двојна негација)} \\ \Leftrightarrow & (p \wedge r) \vee p \\ \Leftrightarrow & p \wedge (p \vee r) \text{ (закон за апсорпција на конјункцијата во однос на дисјункцијата)} \\ \Leftrightarrow & p \text{ (следува дека исказната формула е неутрална)} \end{aligned}$$

е)

$$(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \vee \neg q)$$

$$\boxed{(p \vee \neg q) \Rightarrow \neg(p \Leftrightarrow q)} \quad (\text{затоа следува})$$

$$(p \Leftrightarrow q) \wedge \neg(p \Leftrightarrow q)$$

$$\Leftrightarrow \tau((p \Leftrightarrow q) \wedge \neg(p \Leftrightarrow q)) = \perp$$

(исказната формула е контрадикција)

ж)

$$(p \Leftrightarrow q) \vee (p \vee \neg q)$$

$$\boxed{(p \vee \neg q) \Rightarrow \neg(p \Leftrightarrow q)} \quad (\text{затоа следува})$$

$$(p \Leftrightarrow q) \vee \neg(p \Leftrightarrow q)$$

$$\Leftrightarrow \tau((p \Leftrightarrow q) \vee \neg(p \Leftrightarrow q)) = \top$$

(исказната формула е тавтологија)

4. Користејќи ги својствата на еквиваленциите покажете, без користење таблица на вистинитост, дека следниве парови искази се еквивалентни:

а) $p \Rightarrow (q \wedge r)$ и $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$

б) $p \Rightarrow (q \vee r)$ и $(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$

в) $(p \vee q) \Rightarrow r$ и $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$

г) $(p \wedge q) \Rightarrow r$ и $(p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$

д) $(p \wedge q) \Rightarrow r$ и $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

Решение:

а) $p \Rightarrow (q \wedge r) \Leftrightarrow \neg p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$

б) $p \Rightarrow (q \vee r) \Leftrightarrow \neg p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg p \vee q \vee r \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \vee (\neg p \vee r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$

в) $(p \vee q) \Rightarrow r \Leftrightarrow \neg(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee r \Leftrightarrow (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$

г) $(p \wedge q) \Rightarrow r \Leftrightarrow \neg(p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q) \vee r \vee r \Leftrightarrow (\neg p \vee r) \vee (\neg q \vee r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$

д) $(p \wedge q) \Rightarrow r \Leftrightarrow \neg(p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q) \vee r \Leftrightarrow \neg p \vee (\neg q \vee r) \Leftrightarrow \neg p \vee (q \Rightarrow r) = p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

5. Составете ги таблиците на вистинитост на исказите

а) $p \wedge q \wedge \neg r$ б) $p \wedge (\neg q \vee \neg r)$

в) $(p \vee \neg q) \wedge r$ г) $(p \wedge r) \vee (q \wedge \neg r)$

Решение:

a) $p \wedge q \wedge \neg r$

p	q	r	$\neg r$	$p \wedge q$	$p \wedge q \wedge \neg r$
Т	Т	Т	⊥	Т	⊥
Т	Т	⊥	Т	Т	Т
Т	⊥	Т	⊥	⊥	⊥
Т	⊥	⊥	Т	⊥	⊥
⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥
⊥	Т	⊥	Т	⊥	⊥
⊥	⊥	Т	⊥	⊥	⊥
⊥	⊥	⊥	Т	⊥	⊥

б) $p \wedge (\neg q \vee \neg r)$

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$\neg q \vee \neg r$	$p \wedge (\neg q \vee \neg r)$
Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥
Т	Т	⊥	⊥	Т	Т	Т
Т	⊥	Т	Т	⊥	Т	Т
Т	⊥	⊥	Т	Т	Т	Т
⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥
⊥	Т	⊥	⊥	Т	Т	⊥
⊥	⊥	Т	Т	⊥	Т	⊥
⊥	⊥	⊥	Т	Т	Т	⊥

в) $(p \vee \neg q) \wedge r$

p	q	r	$\neg q$	$p \vee \neg q$	$(p \vee \neg q) \wedge r$
Т	Т	Т	⊥	Т	Т
Т	Т	⊥	⊥	Т	⊥
Т	⊥	Т	Т	Т	Т
Т	⊥	⊥	Т	Т	⊥
⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥
⊥	Т	⊥	⊥	⊥	⊥
⊥	⊥	Т	Т	Т	Т
⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥

г) $(p \wedge r) \vee (q \wedge \neg r)$

p	q	r	$p \wedge r$	$\neg r$	$q \wedge \neg r$	$(p \wedge r) \vee (q \wedge \neg r)$
Т	Т	Т	Т	⊥	⊥	Т
Т	Т	⊥	⊥	Т	Т	Т
Т	⊥	Т	Т	⊥	⊥	Т
Т	⊥	⊥	⊥	Т	⊥	⊥
⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥
⊥	Т	⊥	⊥	Т	Т	Т
⊥	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	⊥
⊥	⊥	⊥	⊥	Т	⊥	⊥

7. Составете ги таблиците на вистинитост на следниве искази:

- | | |
|---|--|
| а) $p \wedge (q \vee \neg r)$ | б) $(q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge r)$ |
| в) $\neg(p \wedge r) \vee (\neg q \wedge r)$ | г) $\neg(\neg p \vee (q \wedge \neg r))$ |
| д) $(p \wedge r) \vee (p \wedge \neg q)$ | ѓ) $(p \vee q) \wedge (r \vee q)$ |
| е) $(\neg q \wedge r) \vee \neg(p \wedge r)$ | ж) $\neg((p \wedge r) \vee \neg q)$ |
| з) $\neg(\neg p \wedge (q \vee \neg r))$ | ѕ) $(p \vee \neg r) \wedge \neg(p \vee \neg q)$ |
| и) $(p \vee q) \wedge (q \vee r)$ | ј) $\neg((p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r)) \vee (q \wedge \neg r)$ |
| к) $\neg(p \vee q) \vee \neg(\neg(p \vee r) \vee \neg(q \vee r))$ | љ) $(p \wedge (q \vee \neg r)) \vee ((p \wedge \neg q) \vee r)$ |

Решение: а) $p \wedge (q \vee \neg r)$

p	q	r	$\neg r$	$q \vee \neg r$	$p \wedge (q \vee \neg r)$
Т	Т	Т	⊥	Т	Т
Т	Т	⊥	Т	Т	Т
Т	⊥	Т	⊥	⊥	⊥
Т	⊥	⊥	Т	Т	Т
⊥	Т	Т	⊥	Т	⊥
⊥	Т	⊥	Т	Т	⊥
⊥	⊥	Т	⊥	⊥	⊥
⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥

б) $(q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge r)$

p	q	r	$\neg p$	$\neg r$	$q \wedge \neg r$	$\neg p \wedge r$	$(q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge r)$
Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥
Т	Т	⊥	⊥	Т	Т	⊥	Т
Т	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥
Т	⊥	⊥	⊥	Т	⊥	⊥	⊥
⊥	Т	Т	Т	⊥	⊥	Т	Т
⊥	Т	⊥	Т	Т	Т	⊥	Т
⊥	⊥	Т	Т	⊥	⊥	Т	Т
⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥

в) $\neg(p \wedge r) \vee (\neg q \wedge r)$

p	q	r	$p \wedge r$	$\neg(p \wedge r)$	$\neg q$	$\neg q \wedge r$	$\neg(p \wedge r) \vee (\neg q \wedge r)$
Т	Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥
Т	Т	⊥	⊥	Т	⊥	⊥	Т
Т	⊥	Т	Т	⊥	Т	Т	Т
Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥	Т
⊥	Т	Т	⊥	Т	⊥	⊥	Т
⊥	Т	⊥	⊥	Т	⊥	⊥	Т
⊥	⊥	Т	⊥	Т	Т	Т	Т
⊥	⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥	Т

г) $\neg(\neg p \vee (q \wedge \neg r))$

p	q	r	$\neg p$	$\neg r$	$q \wedge \neg r$	$\neg p \vee (q \wedge \neg r)$	$\neg(\neg p \vee (q \wedge \neg r))$
Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	Т
Т	Т	⊥	⊥	Т	Т	Т	⊥
Т	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	Т
Т	⊥	⊥	⊥	Т	⊥	⊥	Т
⊥	Т	Т	Т	⊥	⊥	Т	⊥
⊥	Т	⊥	Т	Т	Т	Т	⊥
⊥	⊥	Т	Т	⊥	⊥	Т	⊥
⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥	Т	⊥

д) $(p \wedge r) \vee (p \wedge \neg q)$

p	q	r	$p \wedge r$	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$(p \wedge r) \vee (p \wedge \neg q)$
Т	Т	Т	Т	⊥	⊥	Т
Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥
Т	⊥	Т	Т	Т	Т	Т
Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т	Т
⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥
⊥	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥
⊥	⊥	Т	⊥	Т	⊥	⊥
⊥	⊥	⊥	⊥	Т	⊥	⊥

е) $(p \vee q) \wedge (r \vee q)$

p	q	r	$p \vee q$	$r \vee q$	$(p \vee q) \wedge (r \vee q)$
Т	Т	Т	Т	Т	Т
Т	Т	⊥	Т	Т	Т
Т	⊥	Т	Т	Т	Т
Т	⊥	⊥	Т	⊥	⊥
⊥	Т	Т	Т	Т	Т
⊥	Т	⊥	Т	Т	Т
⊥	⊥	Т	⊥	Т	⊥
⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥

ж) $(\neg q \wedge r) \vee \neg(p \wedge r)$

p	q	r	$\neg q$	$\neg q \wedge r$	$p \wedge r$	$\neg(p \wedge r)$	$(\neg q \wedge r) \vee \neg(p \wedge r)$
Т	Т	Т	⊥	⊥	Т	⊥	⊥
Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	Т	Т
Т	⊥	Т	Т	Т	Т	⊥	Т
Т	⊥	⊥	Т	⊥	⊥	Т	Т
⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т
⊥	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	Т	Т
⊥	⊥	Т	Т	Т	⊥	Т	Т
⊥	⊥	⊥	Т	⊥	⊥	Т	Т

ж) $\neg((p \wedge r) \vee \neg q)$

p	q	r	$p \wedge r$	$\neg q$	$(p \wedge r) \vee \neg q$	$\neg((p \wedge r) \vee \neg q)$
Т	Т	Т	Т	⊥	Т	⊥
Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	Т
Т	⊥	Т	Т	Т	Т	⊥
Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥
⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	Т
⊥	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	Т
⊥	⊥	Т	⊥	Т	Т	⊥
⊥	⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥

з) $\neg(\neg p \wedge (q \vee \neg r))$

p	q	r	$\neg p$	$\neg r$	$q \vee \neg r$	$\neg p \wedge (q \vee \neg r)$	$\neg(\neg p \wedge (q \vee \neg r))$
Т	Т	Т	⊥	⊥	Т	⊥	Т
Т	Т	⊥	⊥	Т	Т	⊥	Т
Т	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	Т
Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥	Т
⊥	Т	Т	Т	⊥	Т	Т	⊥
⊥	Т	⊥	Т	Т	Т	Т	⊥
⊥	⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	Т
⊥	⊥	⊥	Т	Т	Т	Т	⊥

с) $(p \vee \neg r) \wedge \neg(p \vee \neg q)$

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$p \vee \neg r$	$p \vee \neg q$	$(p \vee \neg r) \wedge \neg(p \vee \neg q)$
Т	Т	Т	⊥	⊥	Т	Т	⊥
Т	Т	⊥	⊥	Т	Т	Т	⊥
Т	⊥	Т	Т	⊥	Т	Т	⊥
Т	⊥	⊥	Т	Т	Т	Т	⊥
⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥
⊥	Т	⊥	⊥	Т	Т	⊥	Т
⊥	⊥	Т	Т	⊥	⊥	Т	⊥
⊥	⊥	⊥	Т	Т	Т	Т	⊥

и) $(p \vee q) \wedge (q \vee r)$

p	q	r	$p \vee q$	$q \vee r$	$(p \vee q) \wedge (q \vee r)$
Т	Т	Т	Т	Т	Т
Т	Т	⊥	Т	Т	Т
Т	⊥	Т	Т	Т	Т
Т	⊥	⊥	Т	⊥	⊥
⊥	Т	Т	Т	Т	Т
⊥	Т	⊥	Т	Т	Т
⊥	⊥	Т	⊥	Т	⊥
⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥

j) F: $\neg((p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r)) \underline{\vee} (q \wedge \neg r)$

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$p \wedge \neg q$	$p \wedge \neg r$	$q \wedge \neg r$	$(p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r)$	$\neg(p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r)$	F
Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	Т
Т	Т	⊥	⊥	Т	⊥	Т	Т	Т	⊥	Т
Т	⊥	Т	Т	⊥	Т	⊥	⊥	Т	Т	⊥
Т	⊥	⊥	Т	Т	Т	Т	⊥	Т	Т	⊥
⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	Т
⊥	Т	⊥	⊥	Т	⊥	⊥	Т	⊥	Т	⊥
⊥	⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	Т
⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	Т

к) F: $\neg(p \underline{\vee} q) \vee \neg(\neg(p \underline{\vee} r) \vee \neg(q \underline{\vee} r))$

p	q	r	$p \underline{\vee} q$	$p \underline{\vee} r$	$q \underline{\vee} r$	$\neg(p \underline{\vee} q)$	$\neg(p \underline{\vee} r)$	$\neg(q \underline{\vee} r)$	$\neg(p \underline{\vee} r) \vee \neg(q \underline{\vee} r)$	$\neg(\neg(p \underline{\vee} r) \vee \neg(q \underline{\vee} r))$	F
Т	Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т	Т	⊥	⊥
Т	Т	⊥	⊥	Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т
Т	⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т	Т	⊥	⊥
Т	⊥	⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥	⊥
⊥	Т	Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥	⊥
⊥	Т	⊥	Т	⊥	Т	⊥	Т	⊥	Т	⊥	⊥
⊥	⊥	Т	⊥	Т	⊥	Т	⊥	Т	Т	⊥	Т
⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	Т	Т	Т	Т	⊥	Т

л) F: $(p \wedge (q \vee \neg r)) \underline{\vee} ((p \wedge \neg q) \vee r)$

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$q \vee \neg r$	$p \wedge (q \vee \neg r)$	$p \wedge \neg q$	$(p \wedge \neg q) \vee r$	F
Т	Т	Т	⊥	⊥	Т	Т	⊥	Т	⊥
Т	Т	⊥	⊥	Т	Т	Т	⊥	⊥	Т
Т	⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т	Т
Т	⊥	⊥	Т	Т	Т	Т	Т	Т	⊥
⊥	Т	Т	⊥	⊥	Т	⊥	⊥	Т	Т
⊥	Т	⊥	⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥
⊥	⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	Т	Т
⊥	⊥	⊥	Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥

8. Состави ги таблиците на вистинитост за следниве исказни формули:

а) $\neg(((p \wedge q) \wedge \neg r) \vee \neg s)$ б) $((p \wedge \neg q) \wedge \neg r) \vee (((p \wedge q) \wedge \neg r) \wedge \neg s)$

Решение:

a) $\neg(((p \wedge q) \wedge \neg r) \vee \neg s)$

P	q	r	s	$p \wedge q$	$\neg r$	$\neg s$	$(p \wedge q) \wedge \neg r$	$((p \wedge q) \wedge \neg r) \vee \neg s$	$\neg(((p \wedge q) \wedge \neg r) \vee \neg s)$
Т	Т	Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	Т
Т	Т	Т	⊥	Т	⊥	Т	⊥	Т	⊥
Т	Т	⊥	Т	Т	Т	⊥	Т	Т	⊥
Т	Т	⊥	⊥	Т	Т	Т	Т	Т	⊥
Т	⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	Т
Т	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	Т	⊥	Т	⊥
Т	⊥	⊥	Т	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	Т
Т	⊥	⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥	Т	⊥
⊥	Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	Т
⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	Т	⊥	Т	⊥
⊥	Т	⊥	Т	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	Т
⊥	Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥	Т	⊥
⊥	⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	Т
⊥	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	Т	⊥	Т	⊥
⊥	⊥	⊥	Т	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	Т
⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥	Т	⊥

б) F: $((p \wedge \neg q) \wedge \neg r) \vee (((p \wedge q) \wedge \neg r) \wedge \neg s)$

p	q	r	s	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$\neg r$	$(p \wedge \neg q) \wedge \neg r$	$\neg s$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge \neg r$	$((p \wedge q) \wedge \neg r) \wedge \neg s$	F
Т	Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	Т	⊥	⊥	⊥
Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥
Т	Т	⊥	Т	⊥	⊥	Т	⊥	⊥	Т	Т	⊥	⊥
Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	Т	⊥	Т	Т	Т	Т	Т
Т	⊥	Т	Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥
Т	⊥	Т	⊥	Т	Т	⊥	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	⊥
Т	⊥	⊥	Т	Т	Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	Т
Т	⊥	⊥	⊥	Т	Т	Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	Т
⊥	Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥
⊥	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	⊥
⊥	Т	⊥	Т	⊥	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥
⊥	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	Т	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	⊥
⊥	⊥	Т	Т	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥
⊥	⊥	Т	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	⊥
⊥	⊥	⊥	Т	Т	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥
⊥	⊥	⊥	⊥	Т	⊥	Т	⊥	Т	⊥	⊥	⊥	⊥